

Квантова механика упражнения

Андон Рангелов, кабинет В 39, email: rangelov@phys.uni-sofia.bg , интернет страница за задачите от семинарите <http://course.quantum-bg.org>

I. ПРЕСМЯТАНИЯ НА ВЕРОЯТНОСТИ И СРЕДНИ

Нека имаме дискретен спектър без израждане на оператора \hat{A} , $\hat{A}\varphi_k = a_k\varphi_k$ и нека собствените функции на \hat{A} да са ортогонални, $(\varphi_k, \varphi_n) = \delta_{kn}$ тогава $W_n = |(\varphi_k, \Psi)|^2$ е вероятността в състояние Ψ величината \hat{A} да има стойност a_n .

Ако имаме непрекъснат спектър на \hat{A} , $\hat{A}\varphi(a) = a\varphi(a)$ с нормирани собствени функции на оператора \hat{A} , $(\varphi(a), \varphi(b)) = \delta(a-b)$. Вероятността в състояние Ψ величината \hat{A} да има стойност a е $W(a) = |(\varphi(a), \Psi)|^2$.

Средната стойност на физичната величина \hat{A} в състояние Ψ се дава с $\langle \hat{A} \rangle = (\Psi, \hat{A}\Psi) / (\Psi, \Psi)$ ако вълновата функция е нормирана то имаме $(\Psi, \Psi) = 1 \Rightarrow \langle \hat{A} \rangle = (\Psi, \hat{A}\Psi)$

A. Да се определят собствените стойности и собствените вектори на третата компонента на момента на импулса (\hat{L}_3).

Забележка: представете \hat{L}_3 в сферични координати за по-лесно пресмятане.

B. Нека частица се намира в стационарно състояние $\Psi(\varphi) = A \sin^2 \varphi$, където A е нормировъчният множител, а φ е ъгълът на въртене около оста x_3 . Да се определят:

.

1.2.1

Възможните стойности на \hat{L}_3 и вероятността с които те се реализират.

1.2.2

Средната стойност на \hat{L}_3 .

B. Намерете вълновата функция и възможните енергии в стационарно състояние на двуатомна молекула, която се върти около ос минаваща през центъра на тежестта на молекулата, ако инерчният момент на молекулата относно оста около която се върти е I :

Забележка: Хамилтонияна на такава система е $\hat{H} = \hat{L}_3^2/2I = -\frac{\hbar^2}{2I} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2}$

Г. Вълновата функция $\Psi(x)$ описва състояние на частица в безкрайно дълбока потенциална яма. Определете енергиите E_n , които заема частицата, вероятността ($W(E_n)$) с която частицата заема тези енергии и средната стойност на енергията ($\bar{E} = \langle \hat{H} \rangle$) ако:

.

1.4.1

$$\Psi(x) = Ax(x-a)$$

1.4.2

$$\Psi(x) = B \sin^2(\pi x/a)$$