

## I. КОМУТАТОРИ НА ОПЕРАТОРИ В КВАНТОВАТА МЕХАНИКА

В квантовата механика на физичните величини се съпоставят оператори, примерно: на координатата съпоставяме оператора на координатата  $\hat{r} = \vec{r} = (x_1, x_2, x_3)$  (произведение по координатата, като вектор). На импулса съпоставяме оператор на импулса  $\hat{P} = -i\hbar \vec{\nabla}$  (оператора  $\vec{\nabla}$  в декартови координати е  $\vec{\nabla} = \left(\frac{d}{dx_1}, \frac{d}{dx_2}, \frac{d}{dx_3}\right)$ ). На момента на импулса съпоставяме оператора  $\hat{L} = \hat{r} \times \hat{P} = -i\hbar \vec{r} \times \vec{\nabla}$  тоест  $\hat{L}_i = -i\hbar \sum_{k,l=1}^3 \varepsilon_{ikl} x_k \frac{d}{dx_l}$

### А. Да се пресметнат комутаторите

1.1.1

$$\left[ f(\vec{r}), \hat{P}_i \right]$$

1.1.2

$$\left[ \hat{L}_j, \hat{L}_k \right]$$

1.1.3

$$\left[ \hat{L}_j, \hat{L}^2 \right]$$

1.1.4

$$\left[ \hat{L}_j, \hat{x}_s \right]$$

1.1.5

$$\left[ \hat{L}_j, \hat{P}_s \right]$$

1.1.6

$$\left[ \hat{L}_j, \hat{r}^2 \right]$$

1.1.7

$$\left[ \hat{L}_j, \hat{P}^2 \right]$$

### Б. Докажете тъждествата

1.2.1

$$\left[ \hat{L}^2, \hat{x}_j \right] = 2i\hbar \left( (\hat{x} \cdot \hat{P}) \hat{x}_j - (\hat{x} \cdot \hat{x}) \hat{P}_j \right)$$

1.2.2

$$\left[ \hat{L}^2, \hat{P}_j \right] = 2i\hbar \left( (\hat{P} \cdot \hat{P}) \hat{x}_j - (\hat{P} \cdot \hat{x}) \hat{P}_j \right)$$

**Решения:**