

Квантова механика упражнения

Андон Рангелов, кабинет В 39, email: rangelov@phys.uni-sofia.bg, интернет страница за задачите от семинарите <http://course.quantum-bg.org>

I. СЪОТНОШЕНИЕ ЗА НЕОПРЕДЕЛЕНОСТ НА ХАЙЗЕНБЕРГ

Ако ермитовите оператори \hat{A} , \hat{B} и \hat{C} изпълняват следното комутационно съотношение $[\hat{A}, \hat{B}] = i\hat{C}$, то те изпълняват и неравенството $\Delta A \Delta B \geq C/2$. Ако $\hat{A} = \hat{x}$, $\hat{B} = \hat{P}_x$, то имаме $\Delta x \Delta P_x \geq \hbar/2$, което неравенство е известно като съотношение на Хайзенберг за неопределеност.

A. Използвайки съотношение за неопределеност на Хайзенберг оценете полукласически:

1.1.1 Енергията и размера на атома на водорода, който се намира в основно състояние.

1.1.2 Енергията на хармоничен осцилатор, който се намира в основно състояние. Използвайте, че потенциалната енергия на хармоничен осцилатор е $U(x) = m\omega^2 x^2/2$, където x е разстоянието от центъра на осцилатора до частица с маса m , която осцилира с честота ω .

1.1.3 Минималната енергия на електрона от най-близкият слой (К-слой) на атома с пореден номер Z .

1.1.4 Енергията на атома на хелия, за оценката използвайте опростяването, че двата електрона се намират на двата края на една и съща линия, на която лежи и ядрото.

1.1.5 На какво минимално разстояние от повърхността на течен хелий се намира електрон ако: потенциалната енергия с която се привлича електрона към повърхността на течния хелий е $U(r) = -e^2(\epsilon - 1)[4(\epsilon + 1)r]^{-1}$, където r — разстоянието на което се намира електрона от повърхността на хелия, e — заряда на електрона, ϵ — диелектричната проникваемост на хелия.

1.1.6 Радиуса и енергията на основното състояние на deutрона (система протон-неутрон), ако взаимодействието между протона и неутрона е $U(r) = -\frac{g}{r} \exp\left[-\frac{r}{r_0}\right]$, където g и r_0 са константи, а r е разстоянието между протона и неутрона.

B. Използвайки съотношението за неопределеност между енергията и времето ($\Delta E \Delta t \geq \hbar/2$) да се намери масата на преносителя на силното взаимодействие (радиуса на действие на силното взаимодействие е $R \sim 10^{-15}m$. Приемете, че скоростта с която се движи преносителя на силното взаимодействие е от порядъка на скоростта на светлината.

B. Законът на Кулон, възрастта на Вселената и съотношение за неопределеност на Хайзенберг.

Има ли физични съображения, които поставят граница на точността, с която експериментално може да се провери законът на Кулон? Подробен отговор на този въпрос можете да получите на следният интернет адрес: <http://course.quantum-bg.org/uncertainty.htm>

Г. Излъчване на Стивън Хокинг и съотношение за неопределеност на Хайзенберг.

Нека да разгледаме фотон с енергия $E = pc$, който е затворен в “черна дупка” с радиус R . Тази енергия съответства на някаква средна абсолютна температура на “черна дупка”, която се дава със съотношението $E = kT$, където k е константа на Болцман.

1.4.1

Оценете температурата на “черна дупка”, като използвате съотношение за неопределеност на Хайзенберг.

1.4.2

Непосредствено над повърхността на “черна дупка” се извършва процес на раждане на двойка частица-античастица, при което се излъчва енергия в околната среда. Установено е, че излъчването на “черна дупка” се описва от формула, която е аналогична на закона на Стефан-Болцман за топлинното излъчване на абсолютно черно тяло: $P = \sigma T^4$, където P е мощността, излъчена от повърхност с площ A и температура T , а σ е константата на Стефан-Болцман. “Черни дупки” с малък радиус имат много висока температура и излъчват голямо количество енергия, в резултата на което могат да се “изпарят”. Оценете радиуса и масата на “черна дупка”, която ще се “изпари” в резултата на термичното излъчване за време, равно на сегашната възраст на вселената.

По-подробен отговор на този въпрос можете да получите на следният интернет адрес: <http://en.wikipedia.org/wiki/E>

Решения: