Квантова механика упражнения

Андон Рангелов, кабинет B 39, email: rangelov@phys.uni-sofia.bg , интернет страница за задачите от семинарите http://course.quantum-bg.org

I. ПРЕСМЯТАНИЯ НА ВЕРОЯТНОСТИ И СРЕДНИ

Нека имаме дискретен спектър без израждане на оператора $\hat{A}$, $\hat{A}\varphi_k = a_k\varphi_k$ и нека собствените функции на $\hat{A}$ да са ортогонални, $(\varphi_k, \varphi_n) = \delta_{kn}$ тогава $W_n = |(\varphi_k, \Psi)|^2$ е вероятността в състояние Ψ величината $\hat{A}$ да има стойност a_n.

Ако имаме непрекъснат спектър на $\hat{A}$, $\hat{A}\varphi(a) = a\varphi(a)$ с нормирани собствени функции на оператора $\hat{A}$, $(\varphi(a), \varphi(b)) = \delta(a-b)$. Вероятността в състояние Ψ величината $\hat{A}$ да има стойност a е $W(a) = |(\varphi(a), \Psi)|^2$.

Средната стоиност на физичната величина $\hat{A}$ в състояние Ψ се дава с $\left\langle \hat{A} \right\rangle = \left(\Psi, \hat{A}\Psi\right) / (\Psi, \Psi)$ ако вълновата функция е нормирана то имаме $(\Psi, \Psi) = 1 \Rightarrow \left\langle \hat{A} \right\rangle = \left(\Psi, \hat{A}\Psi\right)$

A. За частица намираща се в основното състояние на безкрайно дълбока, правоъгълна потенциална яма, определете:

.

1.1.1

$\langle \hat{x} \rangle$

1.1.2

$\left\langle \hat{P} \right\rangle$

1.1.3

$\langle \hat{x}^2 \rangle$

1.1.4

$\left\langle \hat{P}^2 \right\rangle$

Б. По аналогия с предишната задача, но частицата се намира в първо възбудено състояние на безкрайно дълбока, правоъгълна потенциална яма, определете:

.

1.2.1

$\langle \hat{x} \rangle$

1.2.2

$\left\langle \hat{P} \right\rangle$

2.1.3

$\langle \hat{x}^2 \rangle$

1.2.4

$\left\langle \hat{P}^2 \right\rangle$

В. Частица се намира в основното състояние на безкрайно дълбока правоъгълна потенциална яма с ширина a, определете:

.

1.3.1

Плътността на вероятността на вълновата функция Ψ в основното състояние.

1.3.2

Къде плътноста на вероятността на вълновата функция е най-голяма.

1.3.3

С каква вероятност се намира частицата около центъра на ямата в интервал b.

Г. Вълновата функция на основното състояние на изотропен пространствен хармоничен осцилатор е $\Psi\left(r\right)=\left(\frac{m\omega}{\pi\hbar}\right)^{3/4}\exp\left[-\frac{m\omega}{2\hbar}r^{2}\right]$, определете $\left\langle \hat{r}^{n}\right\rangle$ разгледайте и частният случай когато $n=1$

Д. Вълновата функция на основното състояние на водородният атом е $\Psi\left(r\right)=\frac{1}{\sqrt{\pi r_{0}}}\exp\left[-r/r_{0}\right]$, където $r_{0}=me^{2}/\hbar^{2}$ е радиуса на Бор, определете:

1.5.1

$\left\langle \hat{r}^{n}\right\rangle$ и $\left\langle \hat{r}\right\rangle$

1.5.2

Вероятността електрона да се намира върху сфера на разстояние $\hat{r}$ от ядрото на атома и най-вероятната стойност на $\hat{r}$ в основно състояние (най-вероятната стойност на разстоянието, на което се намира електрона до ядрото на атома).